# ENERGIA

Vimos que que a partir das definições relativísticas para uma partícula livre dotada de momentum e energia

$p = \gamma mv$ e $E = \gamma mc^2$ obtemos a famosa relação:

$$E^2 = (pc)^2 + (mc^2)^2$$

Energia de uma partícula livre não é somente a energia cinética. Ela tem uma componente também devido a massa chamada de energia de repouso.

A massa pode ser expressa como:

$$\mathbf{m = (E/c^2).(1-v^2/c^2)^{1/2}}$$

Apenas partículas de massa nula e portanto não materiais é que podem se deslocar com a velocidade da luz c !!!!!!

Compatível com a existência de partículas livres com massa negativas: POSITRON- antipartícula associada ao elétron (David Anderson 1932)

## Testando a fórmula para o Momentum

A expressão relativística para o momentum e facilmente verificada por experimento

Considere a movimento de uma partícula carregada de massa **m** e carga **q** num campo magnético **B**

**A forca eletromagnética sobre a partícula e dada por:**

$$F = qv \times B = dp/dt = d(\gamma mv)/dt$$

**se a força é perpendicular à velocidade, a magnitude da velocidade não muda, apenas a sua direção!**

$$\Rightarrow d(\gamma mv)/dt = \gamma m dv/dt = qv \times B$$

**Aceleração:** $dv/dt = qv \times B/\gamma m$

**Uma órbita circular** ➡ $a = v^2/r = qvB/\gamma m$

$a = v^2/r$ ➡ $qvBr = \gamma mvv$ $\quad p = \gamma mv$

$p = qrB$ mesma expressão não relativística

**EXEMPLO 4.17**

A **órbita de um** elétron tem um raio de curvatura de 1m num campo magnético uniforme de 1T. Determine o momentum do elétron.

**T= V.s/m²**

$p = erB = 1(1m)(1T)$

$e(1T.m) = e(1V.s/m) = 1eV.s/m$

$pc = 1eV.s/m\ (3x10^8 m/s) = 300MeV$

$p = 300MeV/c$

$1eV = 1.60x10^{-19}$ J

Energia alcançada pela partícula quando acelerada por uma diferença de potencial. Energia de um elétron: $E = mc^2 = 9.11x10^{-31}$ kg x $(3x10^8 m/s)^2$ = $8.2x10^{-14}$ J = 0.511 MeV

**Curiosidade:** **Walter Kaufmann (1901) realizou um experimento que testava a relação entre p e v**

**ESPECTROMETRO**

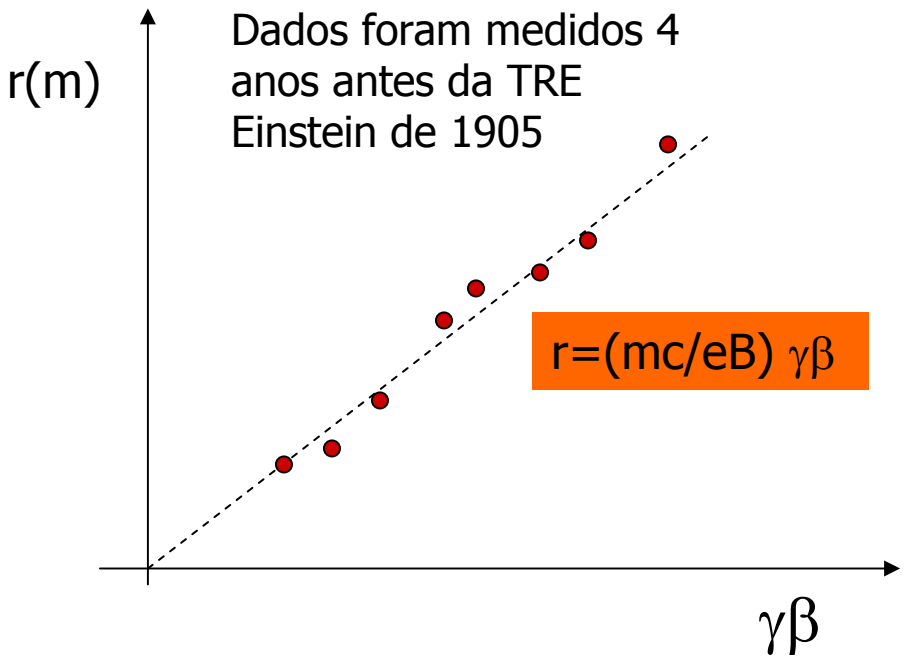
Fonte de elétrons – núcleos radioativos decaimento de partículas beta

Medida simultânea da velocidade dos elétrons e os respectivos raios de curvatura num campo magnético

$p=\gamma mv = qrB \quad q=e$

$r=p/eB = \gamma mv/eB = \gamma\beta mc/eB$

O raio de curvatura proporcional a $\gamma\beta$




Kaufmann usou estes dados para deduzir "uma massa aparente do elétron"

De fato os dados determinaram o momentum do elétron

Foram os primeiros dados experimentais que mostraram evidências de que p do elétron depende da velocidade segundo a relação $p=mv/(1-v^2/c^2)^{1/2}$

## Energia e Momentum

$$E^2=p^2c^2+(mc^2)^2$$

partícula em repouso, p=0 → $E=mc^2$

partícula sem massa, m=0 → E=pc (fótons, neutrinos)

A massa tem o mesmo valor em qualquer referencial pois não depende do movimento da partícula

**E** e **p** dependem do referencial pois dependem da velocidade

$E^2-(pc)^2 = (mc^2)^2$ constante em todos os referenciais

--------invariante sob uma TL--------

TL

$(E,p_x,p_y,p_z) \rightarrow (E',p'_{x'},p'_y,p'_z)$

SR que se move com v na direção x

$$dx'/dt' = \frac{dx/dt - v}{(1-v/c^2\, dx/dt)} \qquad dy'/dt' = \frac{dy/dt}{\gamma(1-v/c^2\, dx/dt)}$$

$$dz'/dt' = \frac{dz/dt}{\gamma(1-v/c^2\, dx/dt)} \qquad p = \gamma mv \qquad E^2=p^2c^2+(mc^2)^2$$

Usando estas relações obtem-se que:

$$E'=\gamma E - \beta\gamma p_x c$$

$$p'_x c = -\beta\gamma E + \gamma p_x c \qquad p'_y c = p_y c \qquad p'_z c = p_z c$$

MOSTRE que a partir dessas transformações a massa da partícula não se altera quando mudamos o SR, ou seja,

$$(m'c^2)^2 = E'^2-(p'c)^2=(mc^2)^2$$

A Transformação de Lorentz deixou a massa inalterada!

### Energy-momentum 4-vector

$$\begin{pmatrix} E' \\ p'_x c \\ p'_y c \\ p'_z c \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \gamma & -\beta\gamma & 0 & 0 \\ -\beta\gamma & \gamma & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} E \\ p_x c \\ p_y c \\ p_z c \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \gamma E - \beta\gamma p_x c \\ -\beta\gamma E + \gamma p_x c \\ p_y c \\ p_z c \end{pmatrix}$$

## DESVIO DOPPLER

A velocidade da luz emitida de uma fonte que se move é c

Entretanto a energia dos quanta individuais (fotóns) dependem da velocidade da fonte

O desvio em energia de uma fonte de fotóns em movimento comparada com a fonte em repouso - DESVIO Doppler

desvio em E

desvio em frequência

desvio $\lambda$

MOVIMENTO DA FONTE DE LUZ EM DIREÇÃO AO OBSERVADOR (FONTE SE APROXIMA) - BLUE SHIFT **energia do foton é maior ($\lambda$ menor)**

MOVIMENTO DA FONTE DE LUZ NA DIREÇÃO OPOSTA AO OBSERVADOR (FONTE SE AFASTA) - RED SHIFT **energia do foton é menor ($\lambda$ maior)**

Como calcular a variação de energia ? TL

Lembre que os fotons são "massless" – p=E/c

$E' = \gamma E - \beta\gamma p_x c$

(A) Medido de um SR que se move em direção a fonte de luz com $v=\beta c$

$E' = \gamma E + \beta \gamma E = E\gamma (1+ \beta)$

$$E' = E\frac{1+\beta}{\sqrt{(1+\beta)(1-\beta)}} = E\sqrt{\frac{1+\beta}{1-\beta}}$$

$$\frac{E'}{E} = \sqrt{\frac{1+\beta}{1-\beta}} \qquad E = hc/\lambda \qquad \frac{\lambda'}{\lambda} = \sqrt{\frac{1-\beta}{1+\beta}}$$

$\lambda' < \lambda$

Blue shift

(B) Medido de um SR que se afasta da fonte de luz com v=βc

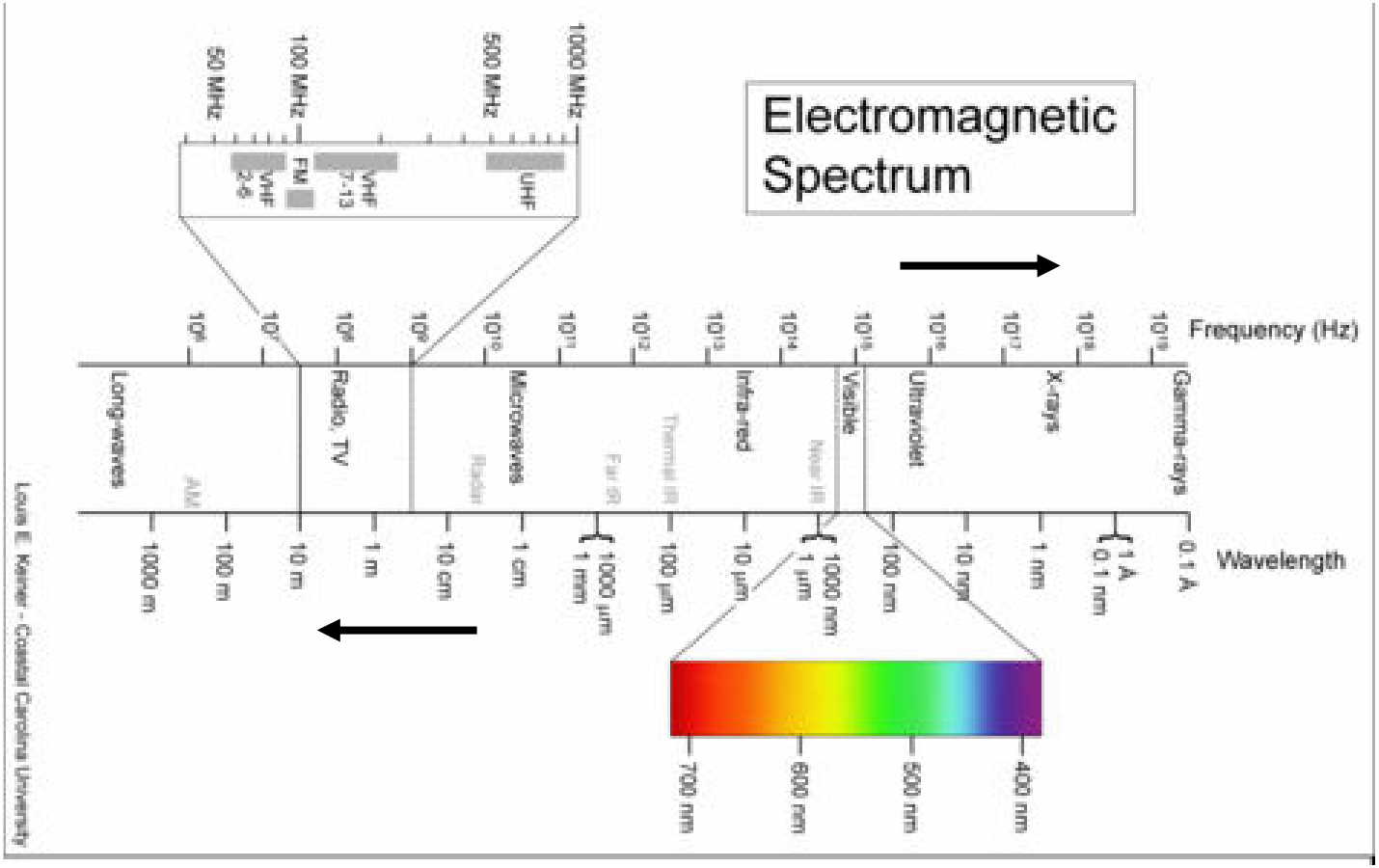
$$E' = \gamma E - \beta \gamma E = E\gamma (1 - \beta)$$

$$E' = E \frac{1-\beta}{\sqrt{(1+\beta)(1-\beta)}} = E\sqrt{\frac{1-\beta}{1+\beta}}$$

$$\frac{E'}{E} = \sqrt{\frac{1-\beta}{1+\beta}} \qquad E = hc/\lambda \qquad \frac{\lambda'}{\lambda} = \sqrt{\frac{1+\beta}{1-\beta}}$$

$\lambda' > \lambda$

Red shift




Ver exemplos feitos no livro-texto

Eugene Hecht

*Adelphi University, Garden City, NY*

During much of the 20th century it was widely believed that one of the significant insights of special relativity was “relativistic mass.” Today there are two schools on that issue: the traditional view that embraces speed-dependent “relativistic mass,” and the more modern position that rejects it, maintaining that there is only one mass and it's speed-independent. This paper explores the history of “relativistic mass,” emphasizing Einstein's public role and private thoughts. We show how the concept of speed-dependent mass mistakenly evolved out of a tangle of ideas despite Einstein's prescient reluctance. Along the way there will be previously unrevealed surprises (e.g., Einstein never derived the expression for “relativistic mass,” and privately disapproved of it).

©2009 *American Association of Physics Teachers*